a)  
X∨(¬X⟹Y)=X∨Y  
**Din definiția implicației:  
¬X⟹Y=X∨Y**  
Substituim în formula inițială:  
X∨(¬X⟹Y)=X∨(X∨Y)  
Aplicăm proprietatea idempotentă a disjuncției:  
X∨(X∨Y)=X∨Y  
X∨(¬X⟹Y)=X∨Y

b)  
X⟹(Y∧Z)=(X⟹Y)∧(X⟹Z)  
Din definiția implicației:   
X⟹(Y∧Z)=¬X∨(Y∧Z)  
Separat, avem:  
(X⟹Y)∧(X⟹Z)=(¬X∨Y)∧(¬X∨Z)  
Aplicăm distribuția disjuncției asupra conjuncției:  
(¬X∨Y)∧(¬X∨Z)=¬X∨(Y∧Z)  
X⟹(Y∧Z)=(X⟹Y)∧(X⟹Z)

**1 Modus Ponens:**

X∧(X⟹Y)=X∧YDin definiția implicației:X⟹Y=¬X∨YSubstituim această definiție în formula de demonstrat:X∧(X⟹Y)=X∧(¬X∨Y)Aplicăm distribuția:X∧(¬X∨Y)=(X∧¬X)∨(X∧Y)Observăm că 𝑋∧¬𝑋X∧¬X este fals (legea contradicției), deci:(X∧¬X)∨(X∧Y)=fals∨(X∧Y)Falsul în disjuncție cu orice altă formulă este acea formulă:fals∨(X∧Y)=X∧YX∧(X⟹Y)=X∧Y**2 Contrapositive**X⟹Y=¬Y⟹¬XDin definiția implicației:X⟹Y=¬X∨YAnalog, folosim aceeași definiție pentru contrapositive:¬Y⟹¬X=Y∨¬XObservam ca ¬X∨Y și 𝑌∨¬𝑋Y∨¬X sunt echivalente(proprietatea comutativa a disjunctiei):¬X∨Y=Y∨¬XX⟹Y=¬Y⟹¬X

**3.Shunting**X∧Y⟹Z=X⟹(¬Y∨Z)Din definiția implicației:X∧Y⟹Z=¬(X∧Y)∨ZAplicăm legea De Morgan la negația unei conjuncții:¬(X∧Y)=¬X∨¬YSubstituim în formula inițială:¬(X∧Y)∨Z=(¬X∨¬Y)∨Z

Observăm că putem grupa termenii în orice ordine datorită proprietății asociative a disjuncției:(¬X∨¬Y)∨Z=¬X∨(¬Y∨Z)

X∧Y⟹Z=X⟹(¬Y∨Z)